

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA
Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki
Katedra Elektrotechniki Przemysłowej i Automatyki
Zakład Urządzeń i Systemów Automatyki

Cyfrowe Przetwarzanie Sygnałów

Splot sygnałów

Instrukcja laboratoryjna

Paweł Strączyński
Robert Kazała

2019

1 Splot sygnałów

Splot (*convolution*) jest jedną z najważniejszych operacji przetwarzania sygnałów i wyraża się zależnością:

$$f(t) = f_1(t) \times f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \quad (1)$$

gdzie $f_1(t)$ i $f_2(t)$ to funkcje splatane. W cyfrowym przetwarzaniu sygnałów wykorzystuje się dyskretną postać splotu funkcji do realizacji filtracji. Splot w dyskretniej postaci wyraża się wzorem:

$$f(n) = f_1(n) \times f_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_1(k) f_2(n - k) \quad (2)$$

2 Realizacja splotu w postaci dyskretniej

W celu realizacji operacji splotu $F = F1 \times F2$ na dwóch ciągach próbek (listach) np. $F1 = [1, 2, 4]$ oraz $F2 = [3, 2]$ należy wykonać następujące operacje.

1. Odwrócić sekwencję $F2$ i wyrównać jej ostatnią próbkę z próbką pierwszą sekwencji $F1$.

Pomnożyć ze sobą dwie **zrównane wartości** jest to pierwsza **wartość** splotu.

$$\begin{array}{rcccl} F1 & & 1 & 2 & 4 & & 1 \cdot 3 = 3 \\ F2 & 2 & 3 & & & & F = [3] \end{array}$$

2. Przesunąć odwrócony sygnał $F2$ o jedno miejsce w prawo. Mnożymy pokrywające się ze sobą próbki i dodajemy wyniki. Wynik operacji jest kolejną wartością listy F .

$$\begin{array}{rcccl} F1 & & 1 & 2 & 4 & & 2 + 6 = 8 \\ F2 & 2 & 3 & & & & F = [3, 8] \end{array}$$

3. Ponowiamy operację dopóki żadne próbki sygnałów $F1$ i $F2$ nie będą się pokrywać.

$$\begin{array}{rcccl} F1 & & 1 & 2 & 4 & & 4 + 12 = 16 \\ F2 & 2 & 3 & & & & F = [3, 8, 16] \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccl} F1 & & 1 & 2 & 4 & & 4 \cdot 2 = 8 \\ F2 & & 2 & 3 & & & F = [3, 8, 16, 8] \end{array}$$

4. Wynikiem operacji splotu sygnałów $F1$ i $F2$ jest ciąg liczb $F = [3, 8, 16, 8]$

Warto zauważyć że wynikiem operacji splotu na dwóch ciągach liczb o długości m i n jest ciąg liczb o długości $m + n - 1$.

3 Wbudowane funkcje do realizacji splotu funkcji

Biblioteki takie jak **numpy** czy **scipy** posiadają funkcje wbudowane które realizują operacje splotu. Na listingu 3.1 przedstawiono realizację operacji splotu przy użyciu funkcji z biblioteki **numpy**.

Listing 3.1: Operacja splotu z wykorzystaniem biblioteki **numpy**

```
1 import numpy as np
2 F1=[1,2,4]
3 F2=[3,2]
4 F = np.convolve(F1,F2)
5 print(F)
```

4 Zadania do wykonania

1. Utworzyć własną funkcję która realizuje splot dyskretny.
2. Dokonać filtracji wybranych sygnałów jednowymiarowych oraz linii obrazów pięcioelementowym filtrem prostokątnym elementach o wartości 1/5.
3. Zapoznać się z działaniem funkcji z pakietów **numpy** oraz **scipy** realizujących dyskretnych splot sygnałów. Przetestować działanie różnych filtrów.
4. Przetestować działanie funkcji **convolve2d** z pakietu **scipy**. Przetestować jej działanie na wybranych obrazach.