
Politechnika Świętokrzyska
Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki
Katedra Elektrotechniki Przemysłowej i Automatyki
Zakład Urządzeń i Systemów Automatyki

Komputerowa symulacja układów dynamicznych

Charakterystyki podstawowych
członów dynamicznych

Instrukcja laboratoryjna
(wersja robocza)

Paweł Strączyński
2017

1. Matematyczny opis właściwości układów automatyki

Modelowanie matematyczne to opis właściwości układu automatyki, który niezbędny jest do przeprowadzenia analizy jego działania. Ze względu na charakter układów automatyki wyróżnić można:

- układy statyczne,
- układy dynamiczne.

Układy **statyczne** to takie w których sygnał wyjściowy zależy jedynie od aktualnego stanu sygnału wejściowego. Do opisu właściwości układów statycznych wykorzystuje się równania algebraicznego. Układy **dynamiczne** to takie w których wyjście nie jest jednoznacznie funkcją wejścia układu, a zależność sygnału wyjściowego od wejściowego opisuje się przy pomocy równań różniczkowych.

Ponadto podziału układu automatyki można dokonać ze względu na szereg różnych czynników. Ze względu na liniowość równania różniczkowego opisującego układ automatyki oraz stałość współczynników równania w czasie mówimy odpowiednio o układach **liniowych** bądź **nieliniowych** oraz o **stacjonarnych** lub **niestacjonarnych**. Ze względu na charakter sygnałów układy dzieli się na **ciągłe** bądź **dyskretne**. Analizując układ ze względu na ilość wejść i wyjść wyróżnić można układy **jedno-** i **wielowymiarowe**.

Liniowy, stacjonarny układ jednowymiarowy może być opisany przy pomocy ogólnego równania:

$$a_n \cdot \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_1 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + a_0 \cdot y(t) = b_m \cdot \frac{d^m x(t)}{dt^m} + \dots + b_1 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + b_0 \cdot x(t) \quad (1.1)$$

gdzie:

$y(t)$ – sygnał wyjściowy (odpowiedź układu),

$x(t)$ – sygnał wejściowy (wymuszenie).

Rząd n najwyższej pochodnej odpowiedzi układu nazywa się rzędem układu ($n \geq m$).

Poddając wyrażenie 1.1 dwustronnemu przekształceniu Laplace'a przy zerowych warunkach początkowych otrzymuje się zależność:

$$\mathcal{L}\left\{a_n \cdot \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_1 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + a_0 \cdot y(t)\right\} = \mathcal{L}\left\{b_m \cdot \frac{d^m x(t)}{dt^m} + \dots + b_1 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + b_0 \cdot x(t)\right\} \quad (1.2)$$

$$a_n s^n Y(s) + \dots + a_1 s Y(s) + a_0 Y(s) = b_m s^m X(s) + \dots + b_1 s X(s) + b_0 X(s) \quad (1.3)$$

Stosunek transformaty Laplace’a sygnału wyjściowego do transformaty Laplace’a sygnału wejściowego nazywa się **transformatą operatorową**:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} \quad (1.4)$$

$$G(s) \equiv \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (1.5)$$

Złożony układ dynamiczny może być rozpatrywany jako zbiór połączonych ze sobą prostszych układów. Elementy automatyki których opis matematyczny jest na tyle mało skomplikowany że nie ma potrzeby przedstawiania ich w postaci prostszej nazywa się **podstawowymi członami dynamicznymi**.

2. Charakterystyki czasowe i częstotliwościowe

W celu określenia właściwości dynamicznych obiektów bada się odpowiedź układu na zadane znane wymuszenie. Charakterystyki układów automatyki pozwalają w graficzny sposób przedstawić ich właściwości dynamiczne. Ze względu na dziedzinę wyróżnia się:

- charakterystyki czasowe,
- charakterystyki częstotliwościowe.

2.1. Charakterystyki czasowe

Charakterystyka czasowa to przebieg odpowiedzi układu będącego w stanie równowagi po podaniu na jego wejście określonego sygnału. W celu możliwości porównania właściwości badanych układów stosuje się określone sygnały testowe. Najczęściej stosowanymi sygnałami testowymi są:

- skok jednostkowy $1(t)$ – tzw. funkcja Heaviside’a

$$x(t) = 1(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 0 \\ 1 & \text{dla } t \geq 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Odpowiedź układu na takie wymuszenie wyraża się wzorem:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \quad (2.2)$$

- impuls Diraca $\delta(t)$

$$x(t) = \delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t \neq 0 \\ \infty & \text{dla } t = 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Odpowiedź układu na takie wymuszenie nazywa się odpowiedzią impulsową:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1} \{G(s)\} \quad (2.4)$$

2.2. Charakterystyki częstotliwościowe

Charakterystyki częstotliwościowe przedstawiają odpowiedź obiektu na wymuszenie harmoniczne (sinusoidalne) o częstotliwości zmieniającej się w zadanym zakresie. Jeżeli znana jest transmitancja operatorowa układu to w celu wyznaczenia charakterystyk częstotliwościowych wyznacza się transmitancję widmową:

$$G(j\omega) = G(s)|_{s=j\omega} = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} \quad (2.5)$$

$$G(j\omega) = \operatorname{Re} G(j\omega) + j\operatorname{Im} G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) \quad (2.6)$$

Transmitancję widmową będącą wielkością zespoloną można wyrazić jako:

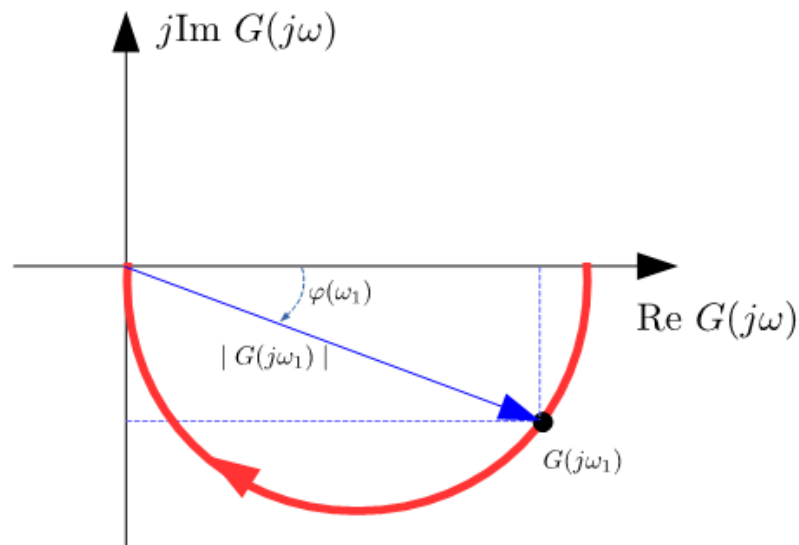
$$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} \quad (2.7)$$

gdzie:

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = \arctan \frac{\operatorname{Im} G(j\omega)}{\operatorname{Re} G(j\omega)} \equiv \arctan \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} \quad (2.8)$$

2.2.1. Charakterystyka Nyquista

Charakterystyka amplitudowo-fazowa (Nyquista) to wykres transmitancji widmowej na płaszczyźnie zespolonej. Charakterystyka złożona jest z punktów które odpowiadają transmitancji widmowej dla kolejnych wartości pulsacji $\omega \in [0, \infty)$. Na osi odciętych znajdują się wartości części rzeczywistej transmitancji widmowej natomiast na osi rzędnych części urojonej.



Rys 2.1 Charakterystyka amplitudowo-fazowa (Nyquista)

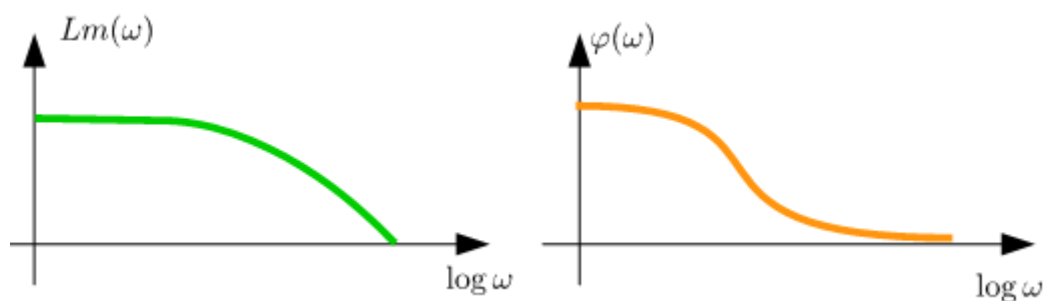
2.2.2. Charakterystyki Bodego

Wyróżnia się dwie zasadnicze charakterystyki częstotliwościowe wyznaczone w skali logarytmicznej:

- logarytmiczna charakterystyka amplitudowa – przedstawiająca logarytmiczny moduł wzmocnienia w funkcji częstotliwości w skali logarytmicznej:

$$Lm(\omega) = 20 \log |G(j\omega)| \quad (2.9)$$

- logarytmiczna charakterystyka fazowa – przedstawia przesunięcie fazowe w funkcji częstotliwości wyrażonej w skali logarytmicznej – zależność 2.8.



Rys 2.2 Charakterystyki Bodego

3. Podstawowe człony dynamiczne

3.1. Człon bezinercyjny (proporcjonalny)

Człon proporcjonalny jest najprostszym z podstawowych członów automatyki. Zależność wejścia od wyjścia członu proporcjonalnego opisuje równanie:

$$y(t) = k \cdot x(t) \quad (3.1)$$

gdzie:

y- wartość wyjściowa,

x – wartość wejściowa.

O wartości sygnału wyjściowego decyduję tylko stan wejścia w aktualnej chwili czasu. Wielkością charakteryzującą jest współczynnik wzmocnienia k.

Transmitancja operatorowa przyjmuje postać:

$$G(s) = k \quad (3.2)$$

Natomiast transmitancja widmowa odpowiednio:

$$G(j\omega) = k \quad (3.3)$$

$$P(\omega) \equiv \operatorname{Re} G(j\omega) = k \quad (3.4)$$

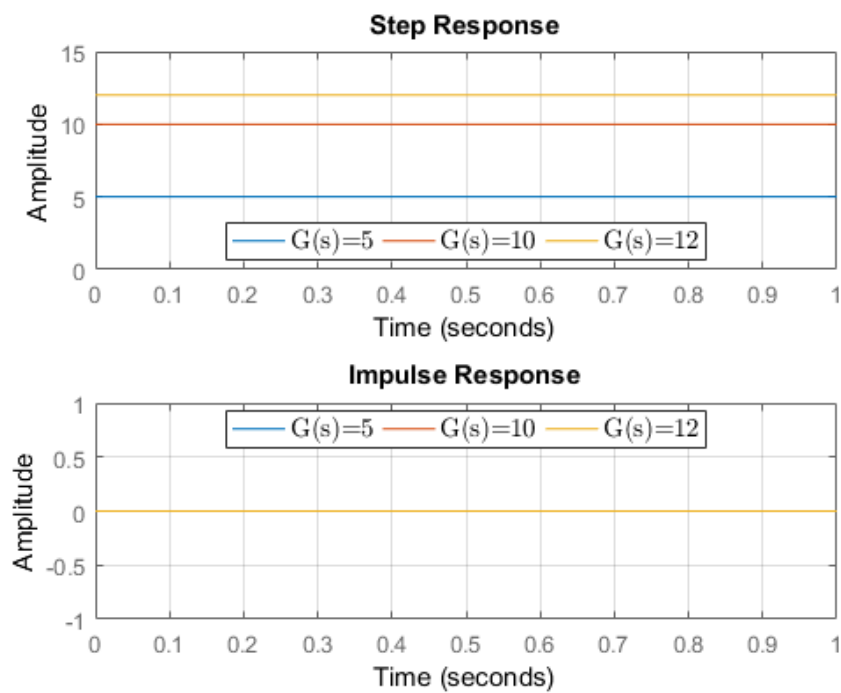
$$Q(\omega) \equiv \operatorname{Im} G(j\omega) = 0 \quad (3.5)$$

Odpowiedź skokową i impulsową opisują równania:

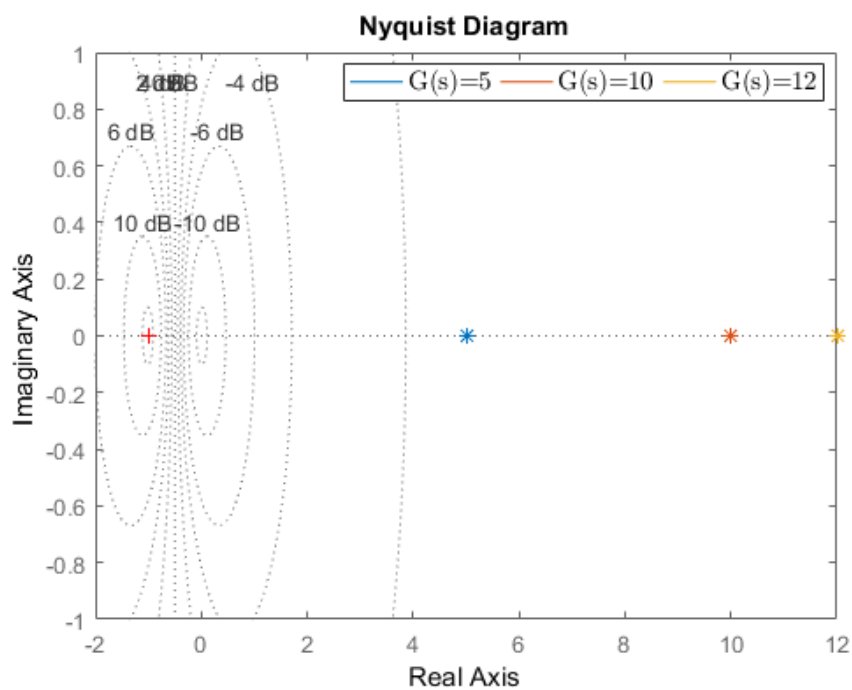
$$h(t) = k \cdot 1(t) \quad (3.6)$$

$$g(t) = k \cdot \delta(t) \quad (3.7)$$

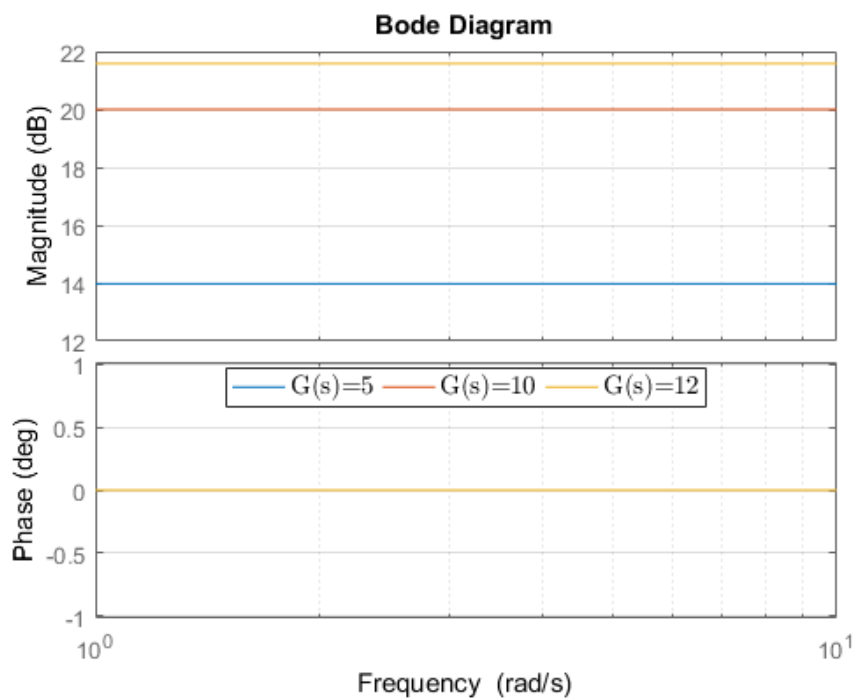
Przykładami członów proporcjonalnych są m.in. przekładnie mechaniczne, dzielniki napięcia.



Rys 3.1 Charakterystyki czasowe członów proporcjonalnych



Rys 3.2 Charakterystyki Nyquista członów proporcjonalnych



Rys 3.3 Charakterystyki Bodego członów proporcjonalnych

3.2. Człon inercyjny I rzędu

Człon inercyjny rzędu I opisany jest równaniem różniczkowym:

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t) \quad (3.8)$$

gdzie:

k – współczynnik wzmocnienia,

T – stała czasowa.

Transmitancja operatorowa przyjmuje postać:

$$G(s) = \frac{k}{T \cdot s + 1} \quad (3.9)$$

Transmitancja widmowa:

$$G(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T} \quad (3.10)$$

$$P(\omega) \equiv \operatorname{Re} G(j\omega) = \frac{k}{1 + \omega^2 T^2} \quad (3.11)$$

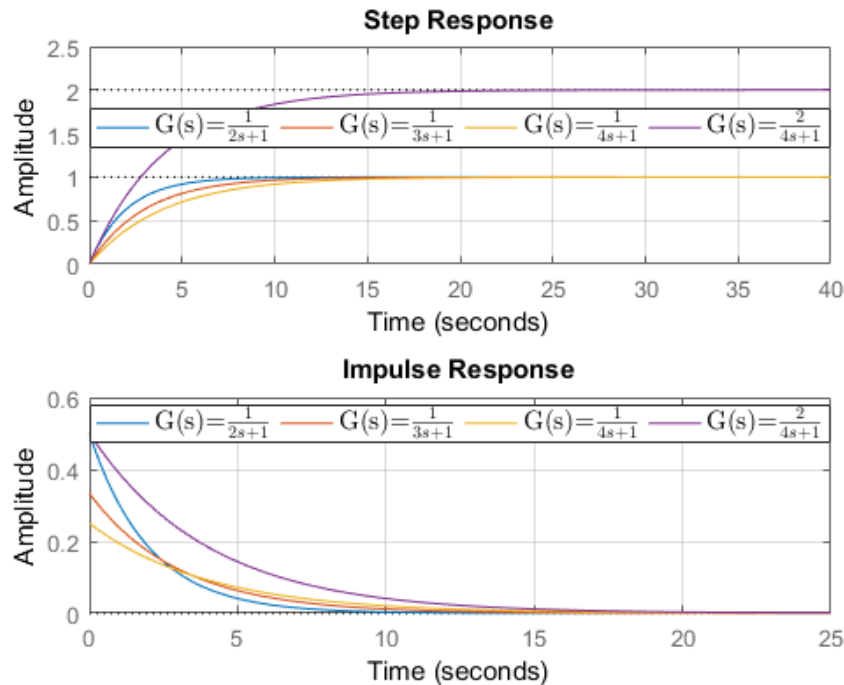
$$Q(\omega) \equiv \operatorname{Im} G(j\omega) = -\frac{k\omega T}{1 + \omega^2 T^2} \quad (3.12)$$

Odpowiedź skokowa i impulsowa to odpowiednio:

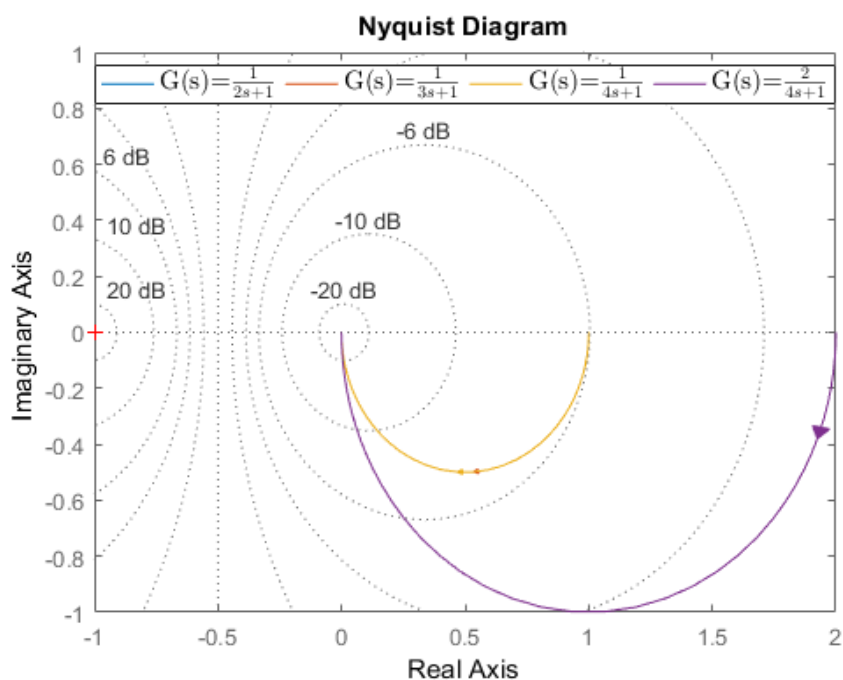
$$h(t) = k \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (3.13)$$

$$g(t) = \frac{k}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad (3.14)$$

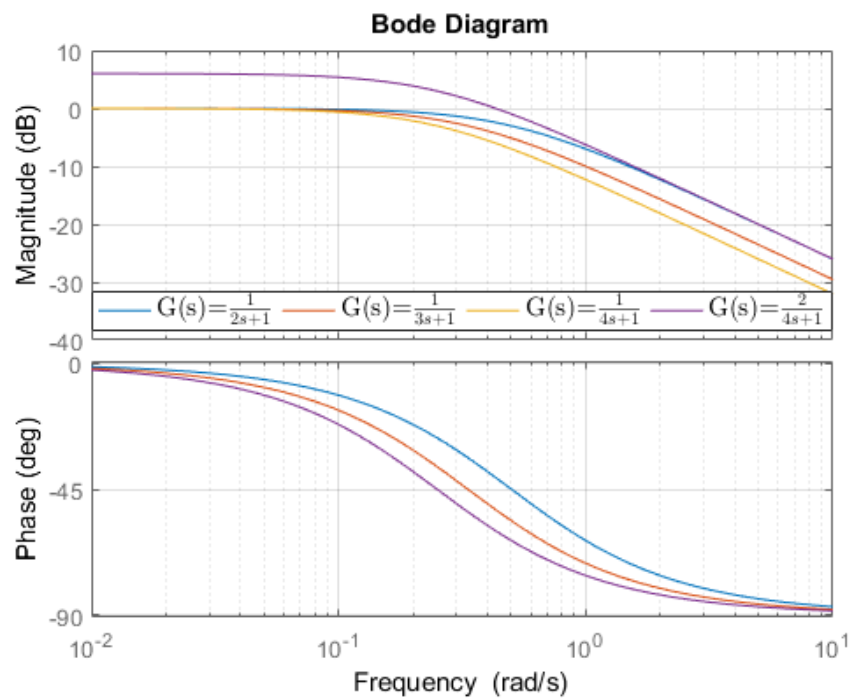
Przykładami członu inercyjnego I rzędu są np. filtr dolnoprzepustowy RC, zbiornik zasilany cieczą o swobodnym upływie.



Rys 3.4 Charakterystyki czasowe członów inercyjnych I rzędu

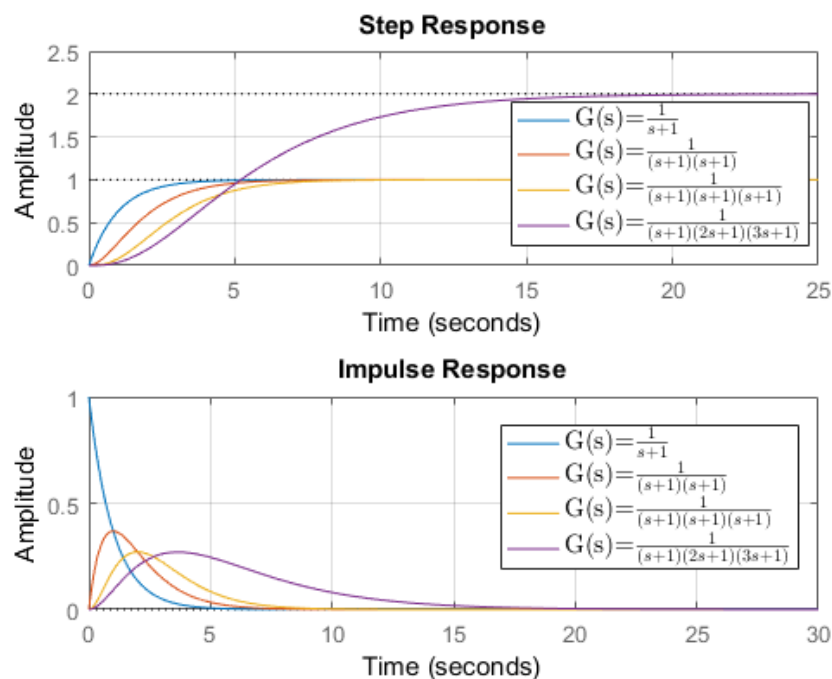


Rys 3.5 Charakterystyki Nyquista członów inercyjnych I rzędu

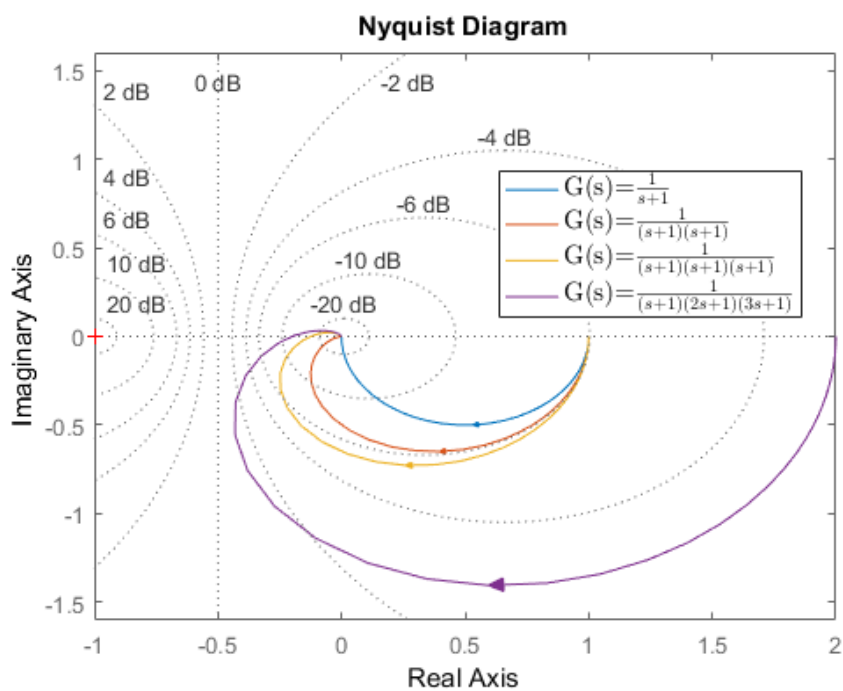


Rys 3.6 Charakterystyki Bodego członów inercyjnych I rzędu

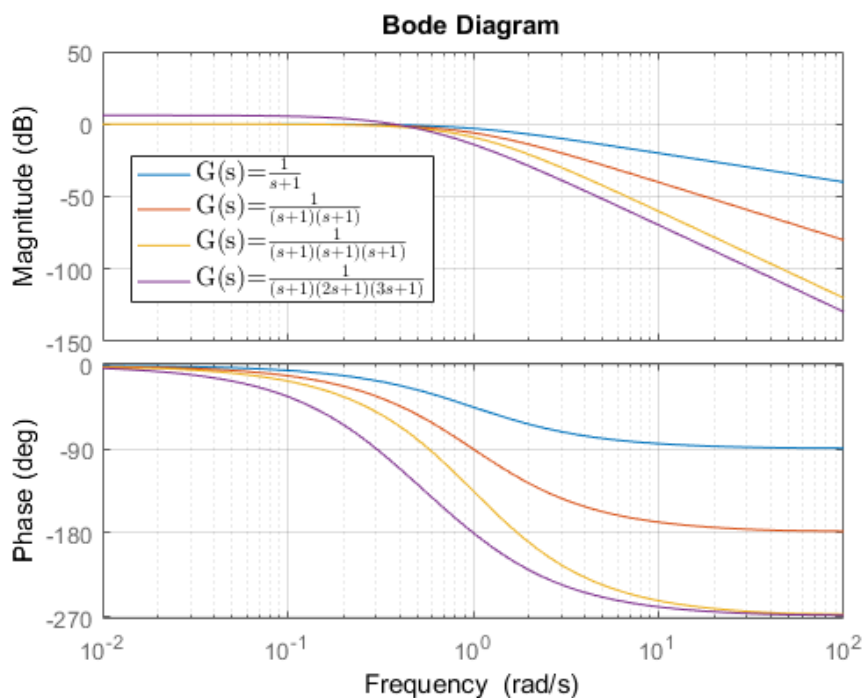
Szeregowe połączenie n członów inercyjnych pierwszego rzędu nazywa się członem inercyjnym n -tego rzędu.



Rys 3.7 Charakterystyki czasowe członów inercyjnych różnych rzędów



Rys 3.8 Charakterystyki Nyquista członów inercyjnych różnych rzędów



Rys 3.9 Charakterystyki Bodego członów inercyjnych różnych rzędów

3.3. Człon całkujący idealny

Równanie różniczkowe opisujące idealny człon całkujący ma postać:

$$\frac{dy(t)}{dt} = kx(t) \quad (3.15)$$

lub:

$$y(t) = \int_0^t kx(t)dt \quad (3.16)$$

Transmitancja operatorowa wyraża się równaniem:

$$G(s) = \frac{k}{s} \quad (3.17)$$

Transmitancja widmowa członu całującego idealnego to:

$$G(j\omega) = \frac{k}{j\omega} \quad (3.18)$$

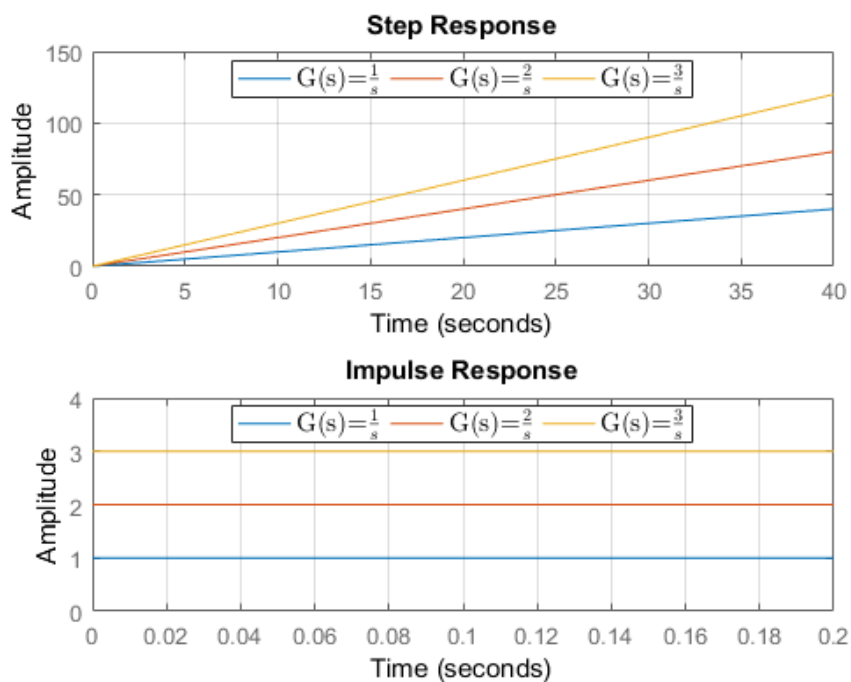
$$P(\omega) \equiv \operatorname{Re} G(j\omega) = 0 \quad (3.19)$$

$$Q(\omega) \equiv \operatorname{Im} G(j\omega) = -\frac{k}{\omega} \quad (3.20)$$

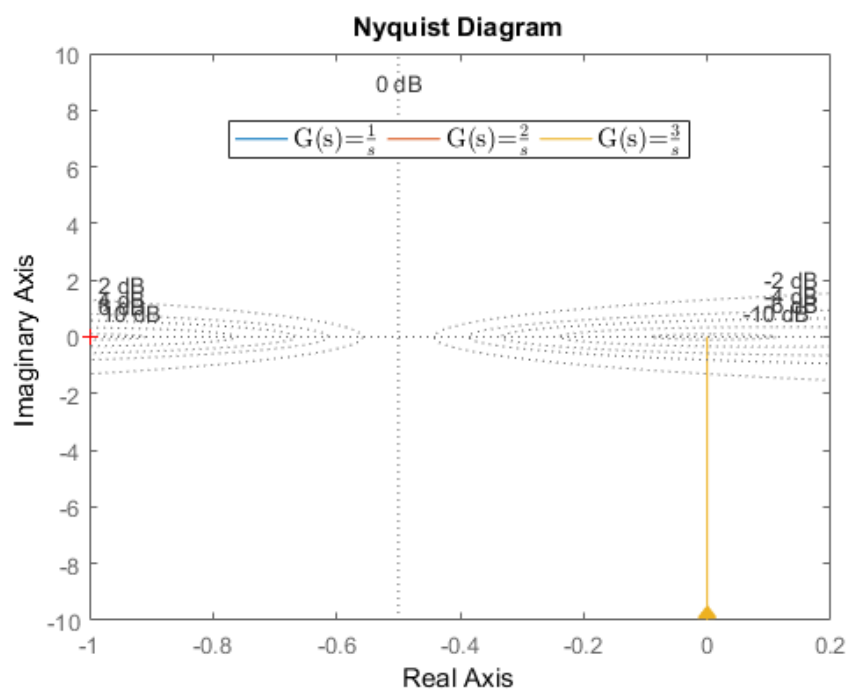
Odpowiedź skokowa i impulsowa członu:

$$h(t) = kt \quad (3.21)$$

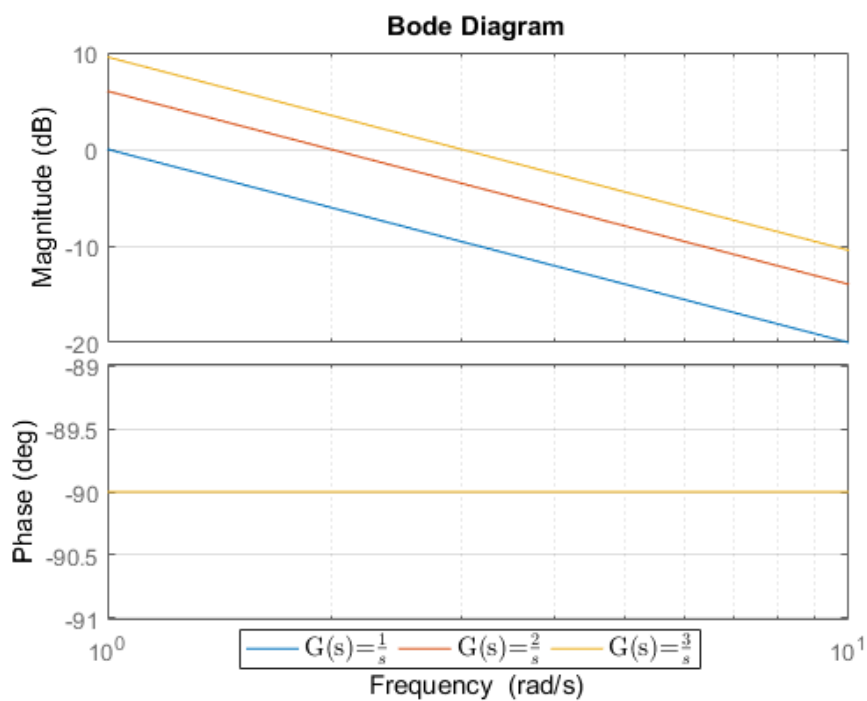
$$g(t) = k \quad (3.22)$$



Rys 3.10 Charakterystyki czasowe idealnych członów całujących.



Rys 3.11 Charakterystyki Nyquista idealnych członów całkujących



Rys 3.12 Charakterystyki Bodego idealnych członów całkujących

3.4. Człon całkujący rzeczywisty (z inercją)

Rzeczywisty człon całkujący opisuje się równaniem:

$$T \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = kx(t) \quad (3.23)$$

lub:

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \int_0^t kx(t) dt \quad (3.24)$$

Transmitancja operatorowa wyraża się równaniem:

$$G(s) = \frac{k}{s(T \cdot s + 1)} \quad (3.25)$$

Transmitancja widmowa członu całkującego rzeczywistego to:

$$G(j\omega) = \frac{k}{\omega(j - \omega T)} \quad (3.26)$$

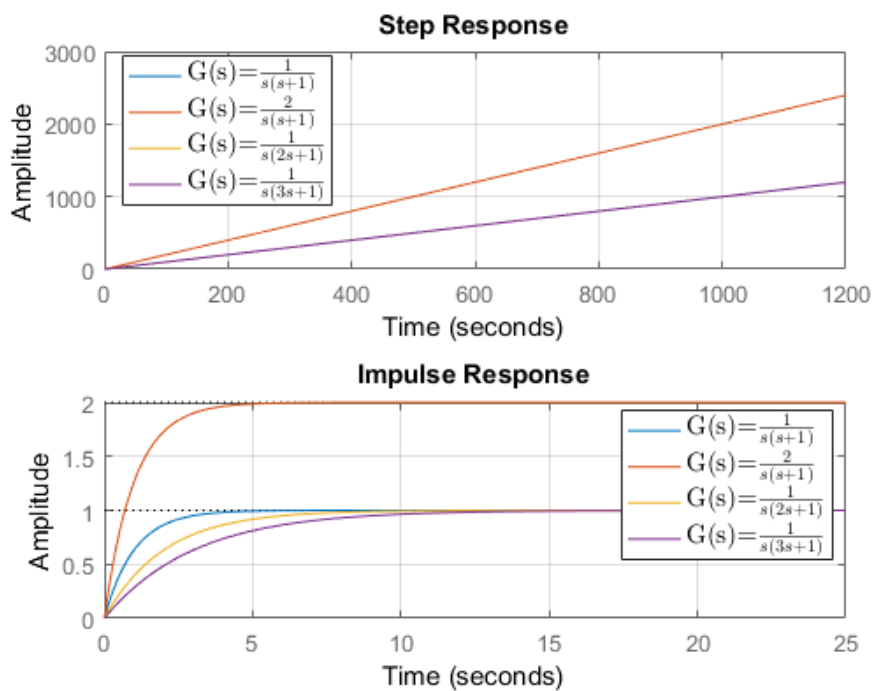
$$P(\omega) \equiv \operatorname{Re} G(j\omega) = -\frac{kT}{1 + \omega^2 T^2} \quad (3.27)$$

$$Q(\omega) \equiv \operatorname{Im} G(j\omega) = -\frac{k}{\omega(1 + \omega^2 T^2)} \quad (3.28)$$

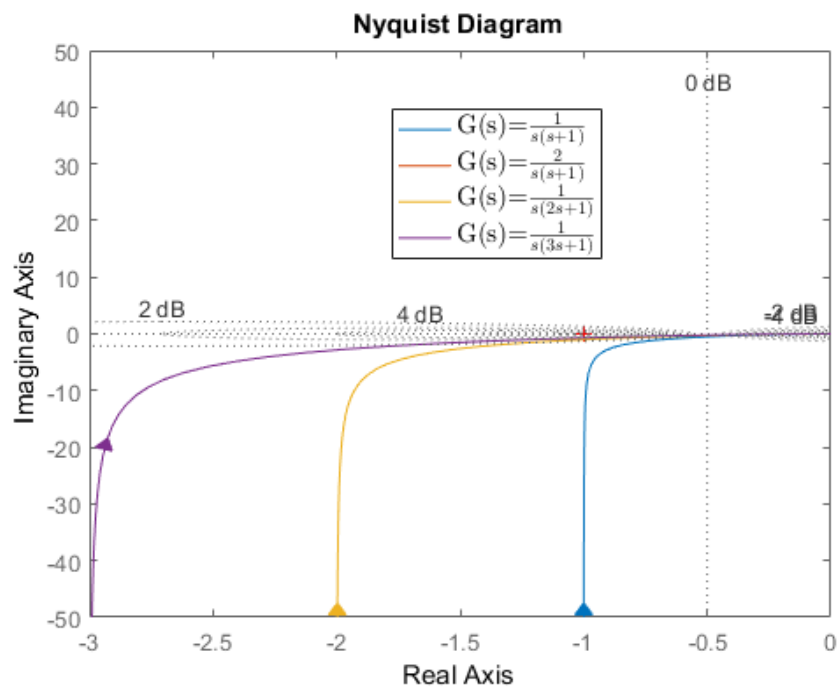
Odpowiedź skokowa i impulsowa członu:

$$h(t) = kt - kT(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (3.29)$$

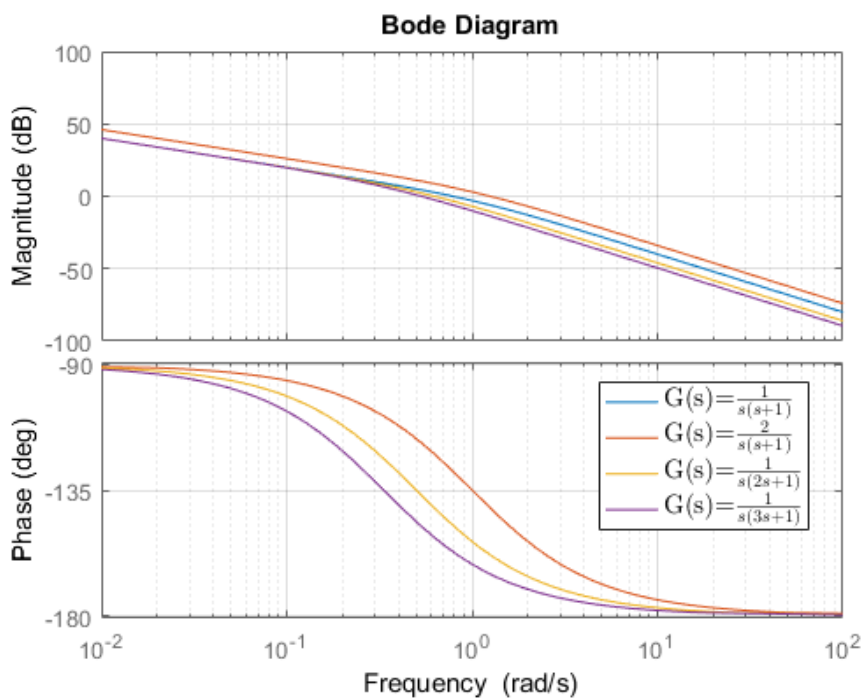
$$g(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (3.30)$$



Rys 3.13 Charakterystyki czasowe rzeczywistych członów całkujących



Rys 3.14 Charakterystyki Nyquista rzeczywistych członów całkujących



Rys 3.15 Charakterystyki Bodego rzeczywistych członów całkujących

3.5. Człon różniczkujący idealny

Zależność 3.31 przedstawia równanie różniczkowe opisujące idealny człon różniczkujący.

$$y(t) = k \frac{dx(t)}{dt} \quad (3.31)$$

Transmitancja operatorowa wyraża się równaniem:

$$G(s) = k \cdot s \quad (3.32)$$

Transmitancja widmowa członu całkującego idealnego to:

$$G(j\omega) = j\omega k \quad (3.33)$$

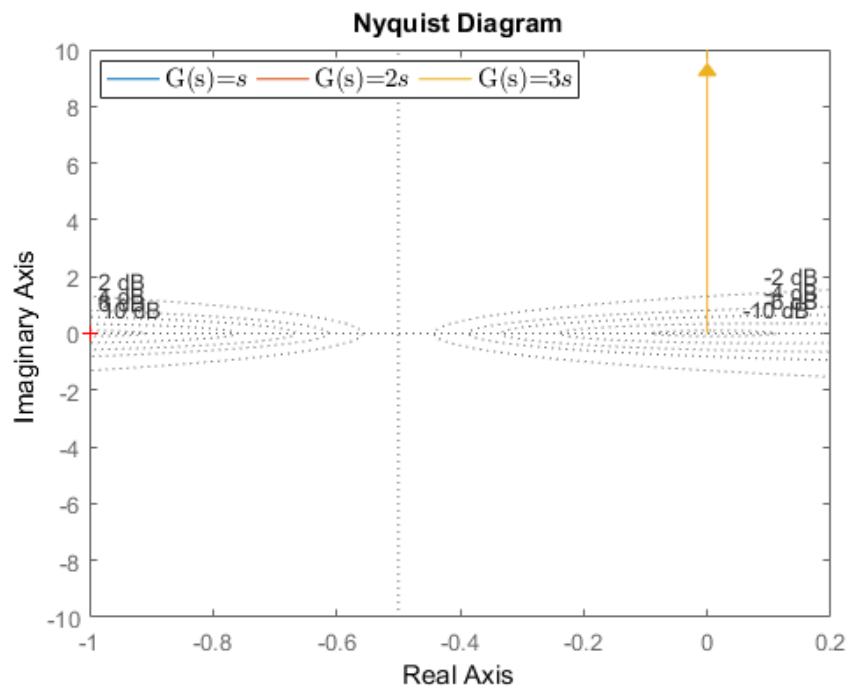
$$P(\omega) \equiv \text{Re } G(j\omega) = 0 \quad (3.34)$$

$$Q(\omega) \equiv \text{Im } G(j\omega) = k\omega \quad (3.35)$$

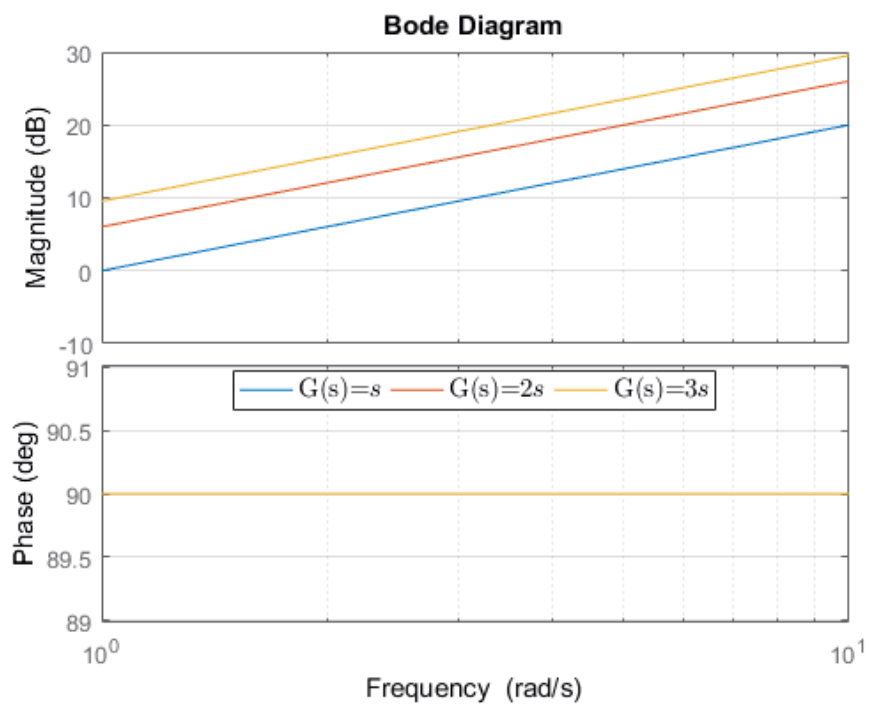
Odpowiedź skokowa członu:

$$h(t) = k\delta(t) \quad (3.36)$$

Przykłady idealnego członu różniczkującego to idealny kondensator, idealna sprężyna.



Rys 3.16 Charakterystyki Nyquista idealnych członów różniczkujących



Rys 3.17 Charakterystyki Bodego idealnych członów różniczkujących

3.6. Człon różniczkujący rzeczywisty (z inercją)

Rzeczywisty człon różniczkujący opisany jest równaniem:

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \frac{dx(t)}{dt} \quad (3.37)$$

Transmitancja operatorowa to zatem:

$$G(s) = \frac{k \cdot s}{1 + T \cdot s} \quad (3.38)$$

Transmitancja widmowa członu całkującego idealnego to:

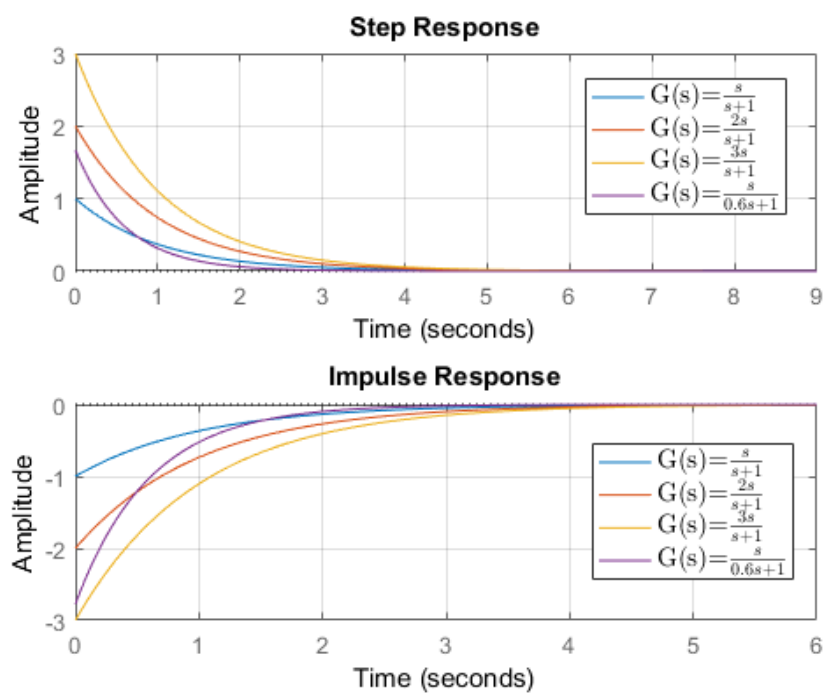
$$G(j\omega) = \frac{j\omega k}{1 + j\omega T} \quad (3.39)$$

$$P(\omega) \equiv \operatorname{Re} G(j\omega) = \frac{\omega^2 k T}{1 + \omega^2 T^2} \quad (3.40)$$

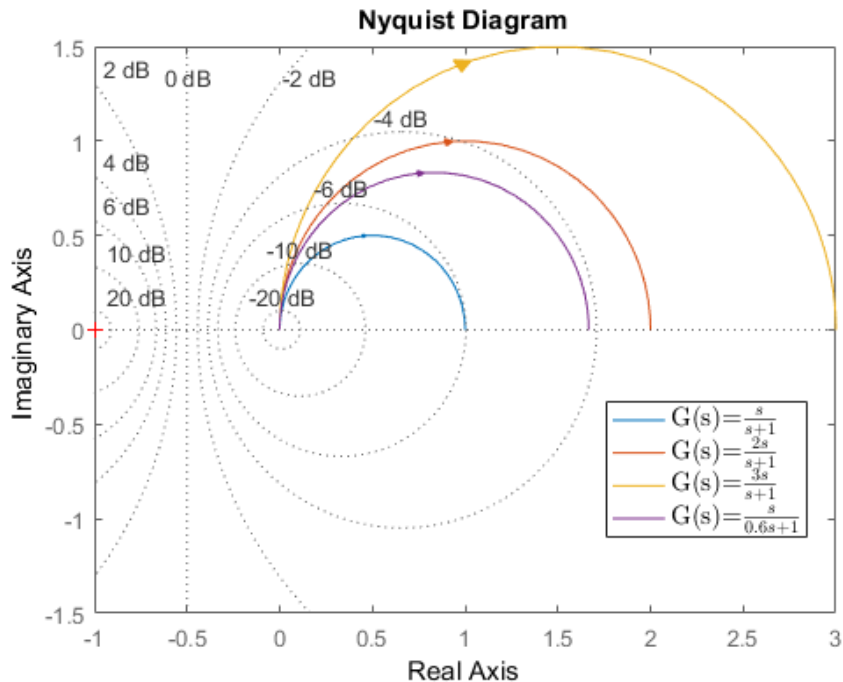
$$Q(\omega) \equiv \operatorname{Im} G(j\omega) = \frac{\omega k}{1 + \omega^2 T^2} \quad (3.41)$$

Odpowiedź skokowa członu:

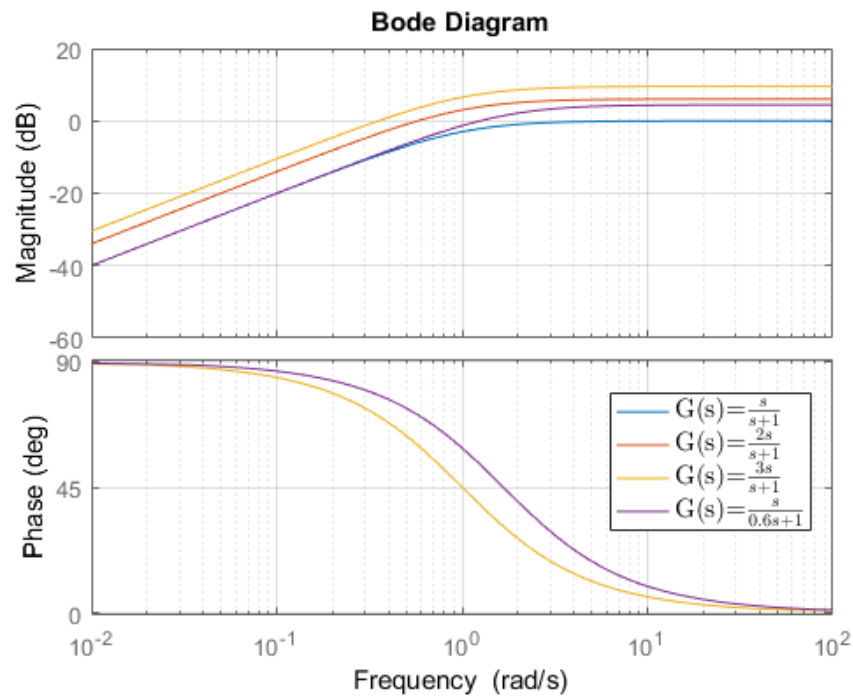
$$h(t) = \frac{k}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad (3.42)$$



Rys 3.18 Charakterystyki czasowe rzeczywistych członów różniczkujących



Rys 3.19 Charakterystyki Nyquista rzeczywistych członów różniczkujących



Rys 3.20 Charakterystyki Bodego rzeczywistych członów różniczkujących

3.7. Człon oscylacyjny

Człon oscylacyjny opisuje równanie różniczkowe:

$$T_n^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\zeta T_n \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t) \quad (3.43)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\zeta \omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = k\omega_n^2 u(t) \quad (3.44)$$

gdzie:

ω_n - pulsacja drgań własnych nietłumionych,

T_n - okres drgań własnych nietłumionych

ζ - współczynnik tłumienia względnego

k - współczynnik wzmocnienia

Transmitancja operatorowa to zatem:

$$G(s) = \frac{k}{T_n^2 s^2 + 2\zeta T_n s + 1} \quad (3.45)$$

$$G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3.46)$$

Dla wzoru 3.46 transmitancja widmowa wynosi:

$$G(s) = \frac{k\omega_n^2}{j^2\omega^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega + \omega_n^2)} = \frac{k\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\zeta\omega\omega_n} \quad (3.47)$$

Zatem:

$$P(\omega) = \frac{k\omega_n^2(\omega_n^2 - \omega^2)}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega^2} \quad (3.48)$$

$$Q(\omega) = -\frac{2k\zeta\omega_n^3\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2} \quad (3.49)$$

Charakterystyka skokowa opisana jest zależnością:

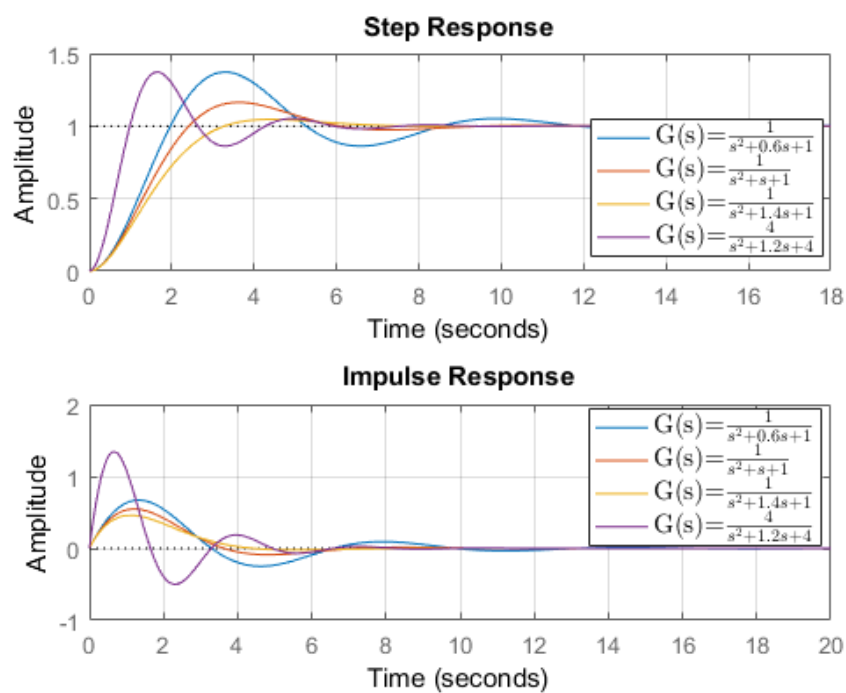
$$h(t) = k \left[1 - \frac{e^{-\omega_n\zeta t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_w t + \varphi) \right] \quad (3.50)$$

gdzie odpowiednio:

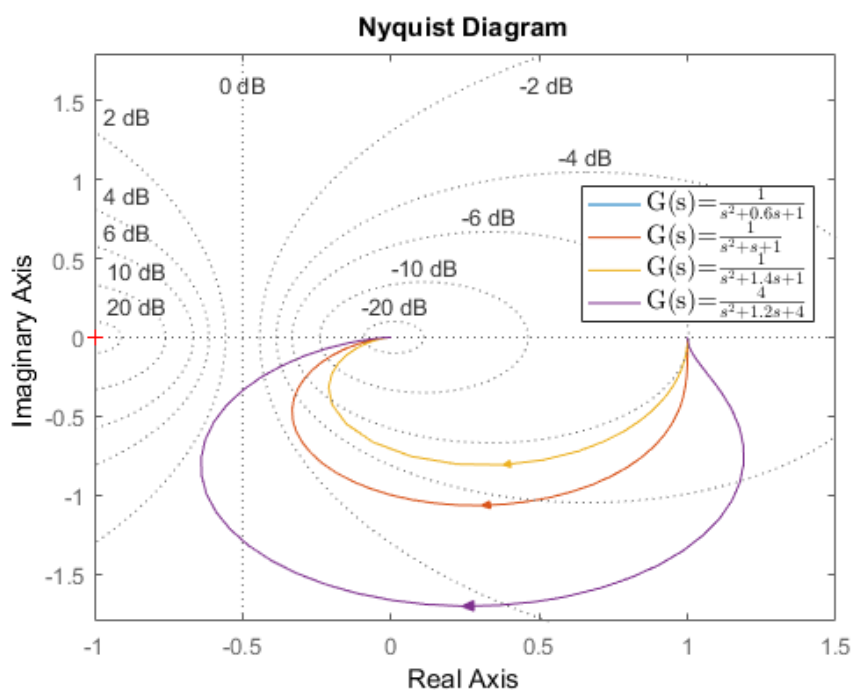
$$\omega_w = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (3.51)$$

$$\varphi = \arctan \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \quad (3.52)$$

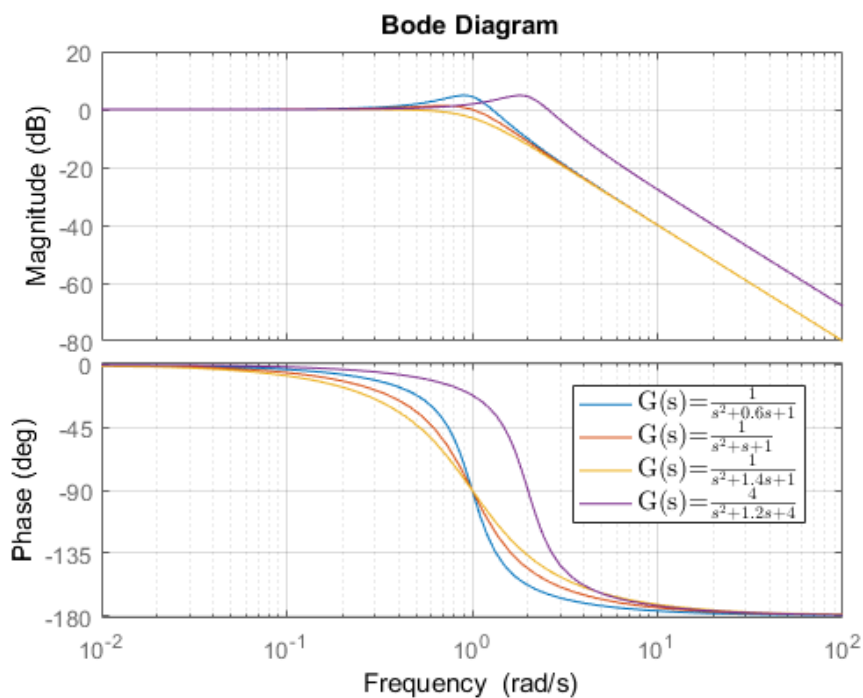
Przykładem członu oscylacyjnego jest układ RLC.



Rys 3.21 Charakterystyki czasowe członów oscylacyjnych



Rys 3.22 Charakterystyki Nyquista członów oscylacyjnych



Rys 3.23 Charakterystyki Bodego członów oscylacyjnych

3.7. Człon opóźniający

Człon oscylacyjny opisuje równanie różniczkowe:

$$y(t) = kx(t - L) \quad (3.53)$$

gdzie:

L – czas opóźnienia.

Transmitancja operatorowa przyjmuje postać:

$$G(s) = ke^{-sL} \quad (3.54)$$

Transmitancja operatorowa to zatem:

$$G(j\omega) = ke^{-j\omega L} \quad (3.55)$$

Zatem:

$$P(\omega) \equiv \operatorname{Re} G(j\omega) = k \cos(\omega L) \quad (3.56)$$

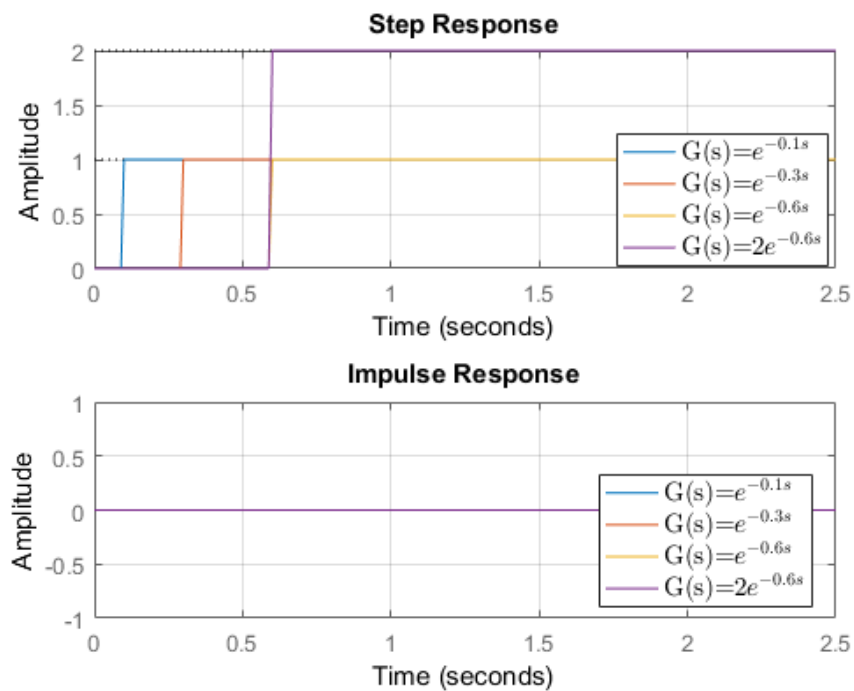
$$Q(\omega) \equiv \operatorname{Im} G(j\omega) = k \sin(\omega L) \quad (3.57)$$

Charakterystyka skokowa wyraża się wzorem:

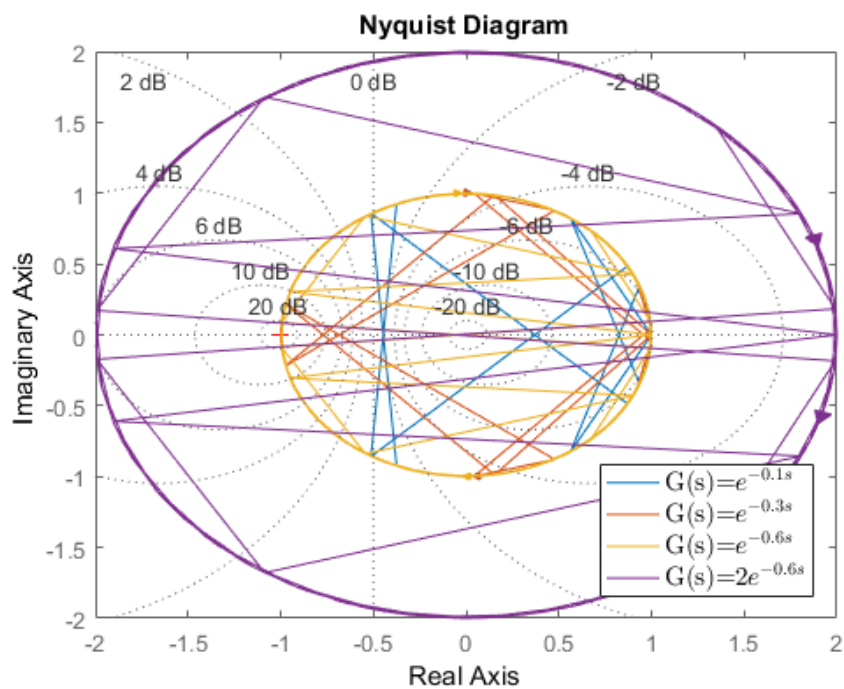
$$h(t) = k1(t - L) \quad (3.58)$$

$$g(t) = k\delta(t - L) \quad (3.59)$$

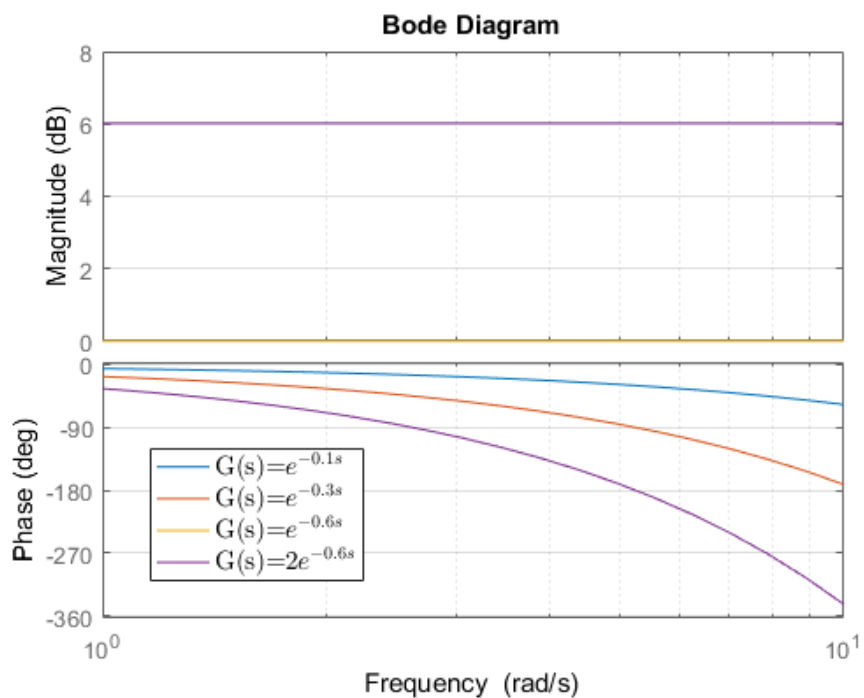
Przykładem członu opóźniającego jest taśmociąg lub linia długa.



Rys 3.24 Charakterystyki czasowe członów opóźniających



Rys 3.25 Charakterystyki Nyquista członów opóźniających



Rys 3.25 Charakterystyki Bodego członów opóźniających

4. Tworzenie charakterystyk członów dynamicznych w środowisku MATLAB

Charakterystyki czasowe w MATLAB-ie wykreślić można w oparciu o 2.2 oraz 2.4 i znajomość transmitancji operatorowej obiektu. Dla członu inercyjnego I rzędu o transmitancji:

$$G(s) = \frac{k}{T \cdot s + 1} \quad (4.1)$$

Odpowiedź na wymuszenie skokowe to:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{k}{T \cdot s + 1} \cdot \frac{1}{s} \right\} \quad (4.2)$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{k}{T} \cdot \frac{1}{s(s + \frac{1}{T})} \right\} \quad (4.3)$$

$$h(t) = k \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (4.4)$$

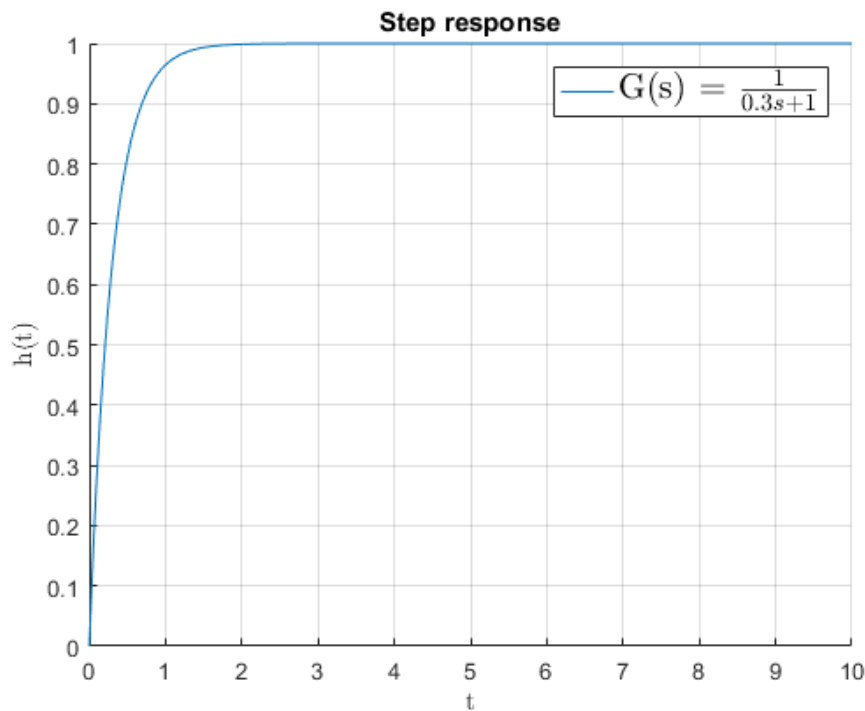
Przykładowy program w języku MATLAB wykreślający odpowiedź układu inercyjnego I rzędu na wymuszenie skokowe przedstawiono poniżej.

Listing 4.1 Program rysujący charakterystykę skokową członu inercyjnego I rzędu

```
%Parametry członu inercyjnego I rzędu
k=1;
T=0.3;

%Wyznaczenie h(t)
t=linspace(0,10,1000);
ht = k * (1 - exp(-t./T));

%Wykreślenie charakterystyki
figure(1); grid on; hold on;
plot(t,ht);
title('Step response');
xlabel('t','Interpreter','Latex');
ylabel('h(t)','Interpreter','Latex');
leg=legend('G(s) = $\frac{1}{0.3s+1}$');
leg.Interpreter = 'latex';
leg.FontSize = 15;
```



Rys 4.1. Wynik działania program z listingu 4.1

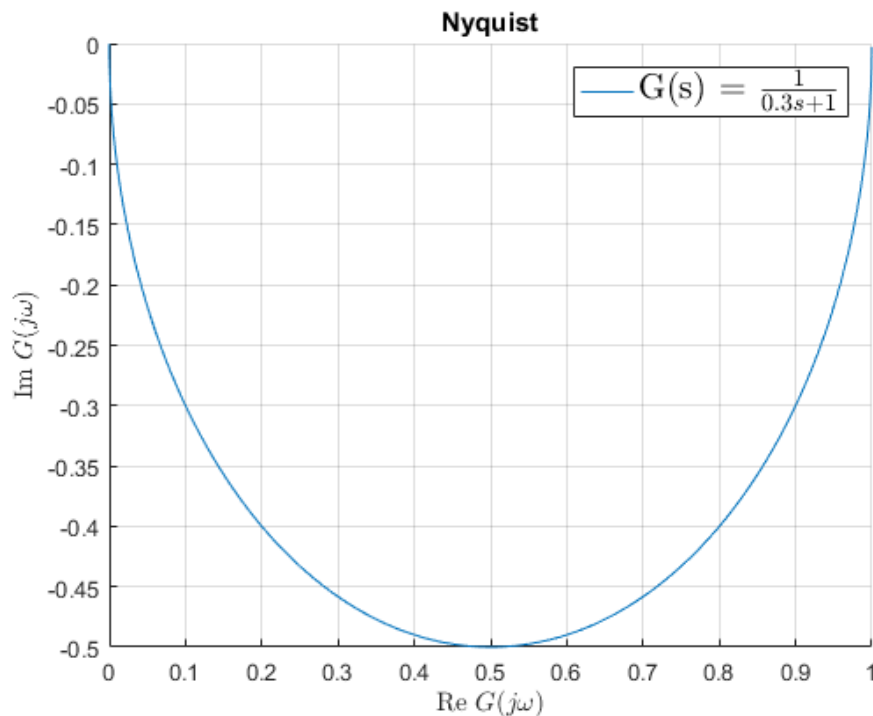
Aby wyznaczyć charakterystyki częstotliwościowe powyższego członu należy przejść z transmitancji operatorowej na widmową wg zależności 2.5. Poniżej przedstawiono przykładowy kod programu.

Listing 4.2 Program rysujący charakterystykę Nyquista członu inercyjnego I rzędu

```
%Parametry członu inercyjnego I rzędu
k=1;
T=0.3;

%Wyznaczenie transmitancji widmowej
w=logspace(-2,4,1000);
s=j*w;
Gs = 1./(T*s+1);

%Wykreślenie charakterystyki
figure(2); grid on; hold on;
plot(Gs); %lub równoznacznie plot(real(Gs),imag(Gs))
title('Nyquist');
xlabel('Re $G(j \omega)$', 'Interpreter', 'Latex');
ylabel('Im $G(j \omega)$', 'Interpreter', 'Latex');
leg=legend('G(s) = $\frac{1}{0.3s+1}$');
leg.Interpreter = 'latex';
leg.FontSize = 15;
```



Rys 4.2. Wynik działania program z listingu 4.2

Analogicznie korzystając z zależności 2.8 i 2.9 wyznaczyć można charakterystyki Bodego. Do wykreślenia pulsacji w skali logarytmicznej należy użyć funkcji `semilogx()`. Do zamiany wartości przesunięcia fazy w radianach na stopnie można wykorzystać funkcję `radtodeg()`. Do usunięcia skoków fazy większych niż π należy użyć funkcji `unwrap()`.

Charakterystyki czasowe i częstotliwościowe członu dynamicznego w MATLAB-ie można wykreślić również z wykorzystaniem funkcji pakietu Control system Toolbox. Pakiet Control System Toolbox posiada szereg funkcji pozwalających na definiowanie modelu obiektu zadanego w postaci:

- transmitancji – funkcja `tf()`;
- przestrzeni stanu – funkcja `ss()`;
- zer, biegunów, wzmocnień - funkcja `zpk()`;

Ponadto pakiet zawiera szereg funkcji do konwersji między różnymi postaciami opisu układu m.in. `tf2ss()`, `ss2tf()`, `tf2zp()` itd.

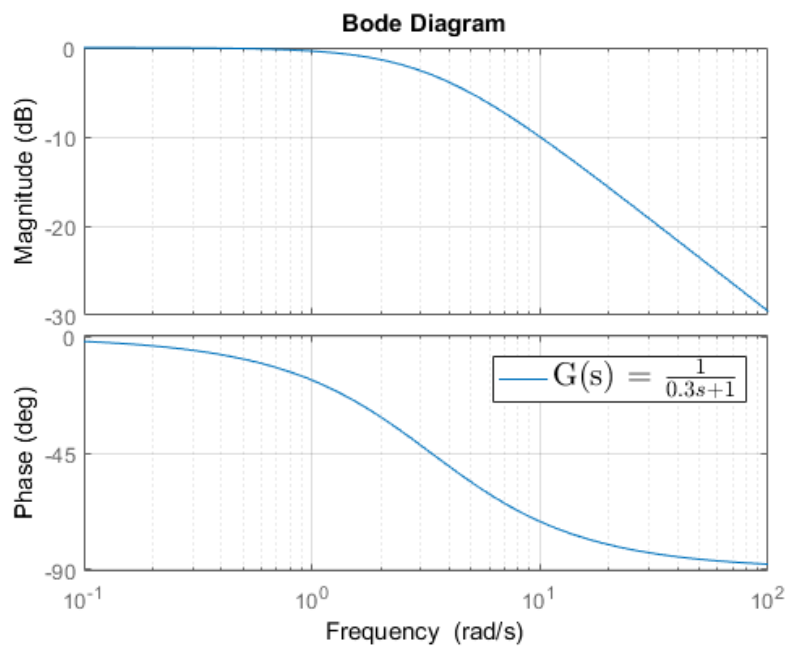
Do wyznaczania charakterystyk czasowych i częstotliwościowych służą odpowiednio funkcje: `step()`, `impulse()`, `nyquist()`, `bode()`.

Przykład użycia funkcji z pakietu Control System Toolbox do wykreślenia charakterystyki Bodego układu inercyjnego I rzędu przedstawiono poniżej.

Listing 4.3 Program rysujący charakterystykę Bodego członu inercyjnego I rzędu z użyciem funkcji pakietu Control System Toolbox

```
%Określenie transmitancji operatorowej
s=tf('s');
Gs=1/(T*s+1);

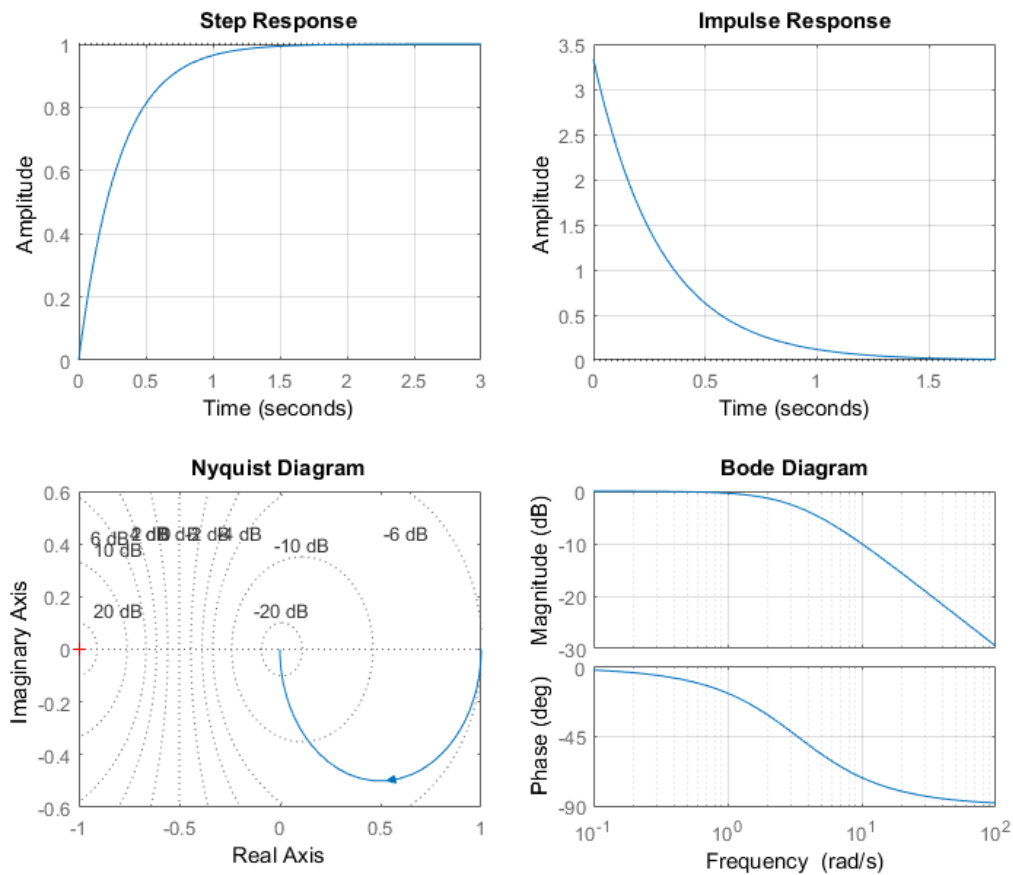
%Wykreślenie charakterystyki
figure(1);
bode(Gs); grid on; hold on;
leg=legend('G(s) =  $\frac{1}{0.3s+1}$ ');
leg.Interpreter = 'latex';
leg.FontSize = 15;
```



Rys 4.3. Wynik działania program z listingu 4.3

Pakiet Control System Toolbox zawiera również ciekawe narzędzie graficzne do analizy systemów liniowych – Linear System Analyzer. Narzędzie to pozwala tworzyć wybrane charakterystyki badanego obiektu przy pomocy narzędzia graficznego. Linear System Analyzer

uruchomić można poleceniem `ltiview(SYS)` gdzie `SYS` to model obiektu który użytkownik chce analizować.



Rys 4.4. Charakterystyki wyznaczone z użyciem narzędzia *Linear System Analyzer*

Zadania do wykonania

Zadanie 1

Utworzyć skrypt wyznaczający charakterystyki odpowiedzi skokowej i impulsowej członu inercyjnego pierwszego rzędu o transmitancji:

$$G(s) = \frac{1.2}{1 + 0.3s}$$

Zadanie rozwiązać z wykorzystaniem podstawowych funkcji programu Matlab (bez wykorzystania pakietu Control System Toolbox).

Zadanie 2

Dla modelu z zadania pierwszego wyznaczyć charakterystyki Nyquista i Bodego.

Zadanie rozwiązać z wykorzystaniem podstawowych funkcji programu Matlab (bez wykorzystania pakietu Control System Toolbox).

Zadanie 3

Utworzyć funkcję która wyznacza charakterystyki odpowiedzi skokowej i impulsowej członu opóźniającego o transmitancji:

$$G(s) = k \cdot e^{-s \cdot L}$$

Funkcja powinna pobierać takie parametry jak:

k – stała wzmocnienia,

L – czas opóźnienia,

t₁, t₂, n – parametry wektora czasowego

Zadanie rozwiązać z wykorzystaniem podstawowych funkcji programu Matlab (bez wykorzystania pakietu Control System Toolbox)

Zadanie 4

Dla modelu z trzeciego zadania stworzyć funkcję która wyznaczy charakterystyki Bodego i Nyquista.

Zadanie rozwiązać z wykorzystaniem podstawowych funkcji programu Matlab (bez wykorzystania pakietu Control System Toolbox)

Zadanie 5

Utworzyć skrypty wyznaczające charakterystyki odpowiedzi skokowej, impulsowej, Bodego i Nyquista dla obiektów

a) o transmitancjach:

$$G_1(s) = \frac{2e^{-0.3s}}{1 + 3.2s}$$

$$G_2(s) = \frac{3}{s}$$

$$G_3(s) = \frac{1}{(0.2s + 1)(0.3s + 1)}$$

$$G_4(s) = \frac{2}{s(1.4s + 1)}$$

$$G_5(s) = \frac{2s}{0.7s + 1}$$

b) opisanych równaniami różniczkowymi:

$$0,3 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = 2x(t)$$

$$y(t) = 2x(t - 0.3)$$

Do rozwiązania zadania wykorzystać funkcje pakietu Control System Toolbox.